

# 功能分类视角下科学软件的学术引用特征\*

## ——基于zbMATH Open数据库的实证研究

戴婷<sup>1,2</sup> 曹喆<sup>1,2</sup> 刘建华<sup>3,4</sup> 张琳<sup>1,2</sup>

(1. 武汉大学信息管理学院, 武汉 430072; 2. 武汉大学科教管理与评价中心, 武汉 430072;  
3. 北京万方数据股份有限公司, 北京 100036; 4. 国家新闻出版署学术期刊新型出版与  
知识服务重点实验室, 北京 100190)

**摘要:** 科学软件在科研活动中发挥着基础性支撑作用, 是一种重要的非文献类知识资源。本研究基于zbMATH Open数据库构建数学领域科学软件的功能分类框架, 引入生成式人工智能技术, 通过指令工程实现分类的自动化标注, 并结合文献计量分析和网络分析方法, 探析科学软件引用行为的结构特征。研究表明, 数学领域研究中科学软件的引用呈现不断增长趋势且引用集中程度较高, 少数软件在科研实践中占据重要地位, 不同数学分支在科研实践中对不同类型科学软件的依赖程度存在差异。在科学软件组合方面, 同一功能类别的科学软件常在论文中共同被使用以满足复杂且不断迭代的研究需求, 不同功能类别组合中计算类软件更容易和其他类别软件共同被引用。上述结论揭示了不同功能类别科学软件的引用特征及其动态演变规律, 为理解科研活动中的工具生态及拓展非文献型科研要素的计量研究提供了实证依据与方法参考。

**关键词:** 科学软件; 引用特征; 功能分类; 生成式人工智能; zbMATH Open数据库

**中图分类号:** G353 **DOI:** 10.3772/j.issn.1673-2286.2025.12.003

**引文格式:** 戴婷, 曹喆, 刘建华, 等. 功能分类视角下科学软件的学术引用特征: 基于zbMATH Open数据库的实证研究[J]. 数字图书馆论坛, 2025, 21(12): 16-27.

科学软件通常是指在研究过程中使用或为研究目的创建的源代码、算法、脚本、计算工作流和可执行程序<sup>[1-2]</sup>。随着数据密集型和计算密集型科研环境的快速发展, 科学软件在学术研究中的重要性日益凸显, 已成为支撑科研活动的重要工具载体, 越来越多的学者关注学术研究中的科学软件使用行为<sup>[3-5]</sup>。面向全球不同地域的多份调查结果<sup>[6-8]</sup>显示, 约90%的科研人员表示使用科学软件对自己的研究十分重要, 近70%的科研人员表示如果不使用科学软件则无法进行研究工作。由此可见, 科学软件已成为科研工作不可或缺的重要工具, 在科研活动中发挥着基础性支撑作用。与主要

承载知识传递功能的学术论文引用不同, 科学软件的引用更直接反映科研实践对具体技术工具的实际依赖关系。对科学软件引用规律的分析, 为理解科学软件生态系统提供了新的学术视角, 有助于引发关于科学软件在知识生产中作用的进一步探讨。然而, 受限于科学软件引用不规范、实体抽取困难等长期存在的数据采集与标准化瓶颈, 现有研究多聚焦于特定软件的案例分析或小范围样本的质性解读。基于此, 本研究依托zbMATH Open数据库的独特数据优势, 综合应用文献计量分析和网络分析方法, 系统探究数学领域研究中科学软件引用行为的结构特征, 为深化科学软件的

收稿日期: 2025-11-03

\*本研究得到国家自然科学基金面上项目“从测度到理解: 跨学科研究的成果分类、合作模式与影响扩散研究”(编号: 72374160)、国家自然科学基金专项项目“面向科技强国目标的科学基金资助体系评估方法研究”(编号: L2424132)资助。

计量研究提供新的实证视角与分析框架。

## 1 相关研究

当前,已有学者意识到科学软件对于学术研究的重要性,并以学术文献为研究对象,围绕科学软件的提及和引用特征展开一系列研究。从研究方法视角来看,现有相关研究主要可分为两大类。一类研究侧重于使用自动化技术抽取文献中的软件实体,如Pan等<sup>[5]</sup>利用触发词设计规则,基于全文本对12个特定学科9 548篇文献中软件的提及和引用方式进行实体抽取,并以提及次数与引用次数为衡量指标,比较分析了不同学科中科学软件的使用特征及其学术影响差异。但是,受限于科学软件在文中引用形式多样,单纯依赖触发词匹配或固定出现规则的抽取方法存在一定局限性,仍需探索有效实现科学软件自动抽取的路径。另一类研究侧重通过人工阅读的方式抽取论文中的相关元数据,多以特定学科或软件为样本展开。例如,Howison等<sup>[9]</sup>以生物学领域随机抽取的90篇文献为样本进行内容分析,人工识别并梳理文献中软件的提及特征,结果显示65%的文献提及了软件,但多为非正式的文本提及,软件并未获得正式引用。从学科领域来看,现有相关研究主要聚焦在生物信息学、图书情报等领域。例如:杨波等<sup>[3,10]</sup>依据生物信息学领域文献展开了系列研究,对科研人员应用科学软件的行为、国内外不同科研人员科学软件使用情况进行比较;崔明等<sup>[11]</sup>和魏瑞斌<sup>[12]</sup>对图书情报领域科学软件的利用行为展开研究。此外,部分研究聚焦于特定科学软件,从微观层面对特定功能科学软件的使用行为进行探析,如Pan等<sup>[13]</sup>探究CiteSpace、HistCite和VOSviewer这3种文献计量制图软件在科学论文中的使用、引用和传播行为。相较于其他学科,数学领域的科学软件研究尚未形成体系,现有成果多围绕软件的原理、特点、功能和使用案例展开介绍,如开源数学软件SageMath的开发理念及特点<sup>[14]</sup>、自由数学软件Scilab的特色功能和使用方法<sup>[15]</sup>、数学软件Mathematica在微积分教学中的应用<sup>[16]</sup>等。

从现有研究来看,受限于科学软件引用不规范、实体信息识别抽取困难等问题,目前针对学术研究中科学软件的使用特征及其影响的研究,多从内容分析角度围绕小范围文献样本展开,且现有研究往往侧重于个案分析中的软件功能解读,缺乏基于大规模数据的系统性功能分类,难以对不同科学软件的共性与差异

进行有效区分。要解决上述问题,亟需专业化数据平台的支撑。数学领域的zbMATH Open数据库是当前全球范围内最大的数学研究信息服务门户,提供一系列数学资源,包括数学出版物、软件、公式等<sup>[17]</sup>。其子库swMATH数据库服务于2013年推出<sup>[18]</sup>,致力于从数学领域出版物中搜集从大型通用系统到小型专用包的相关软件信息,以提高科学软件在数学界的可发现性和地位。swMATH通过自动化抽取结合人工检验的方法,系统性地识别、搜集相关软件信息,并为其与zbMATH Open中的学术论文建立高质量的引用链接<sup>[19-20]</sup>。2023年底,该数据库资源已集成到zbMATH Open开放接口中,可通过zbMATH Open开放接口访问<sup>[21]</sup>,形成了一个兼具规模性、规范性和权威性的独特数据源,为开展大规模、标准化的科学软件引用研究奠定了坚实的数据基础。

基于此,本研究依托zbMATH Open数据库兼具规模性与规范性的数据优势,试图探究科学软件在学术研究中的引用特征与演变规律。核心研究内容包括:①构建数学领域科学软件的功能分类框架,对科学软件进行功能特性识别与归类;②揭示数学领域科学软件引用的整体趋势与分布特征;③分析不同科学软件在数学领域中的组合引用模式及其协同关系。一方面,通过分析科学软件被学术论文引用的特征和趋势,挖掘高频引用科学软件及其组合的功能特性与协同关系,有助于把握数学领域对科学软件的需求特点,增进对工使用与科学发展互动关系的理解;另一方面,本研究的分析框架可为其他学科领域开展科学软件引用特征研究提供参考,在一定程度上有助于科学软件研究的跨学科拓展与深化。

## 2 研究设计

### 2.1 数据来源与获取

本研究以数学领域zbMATH Open数据库中科学软件集及相关引用学术论文数据为样本,并严格遵循该数据库的官方定义,将科学软件界定为从大型通用系统到小型专用包的各种工具,包括编程语言、规范语言、网络服务等多元工具类型。本研究利用Python,通过该数据库平台提供的REST API(Representational State Transfer Application Programming Interface),依据swMath ID自动采集软件集的主要结构化信息,然

后将采集到的数据存储于MySQL关系数据库中。数据采集时间为2024年9月5—15日。鉴于2000年以前数据较为分散且数据量较少,将论文发表时间范围限定为2000—2023年。

在数据采集基础上,利用Python对原始数据进行完整性检查,排除软件信息描述字段为空和未关联文献的软件数据,最终得到34 697个科学软件、258 541篇关联论文,以及二者之间的532 653条引用链接,构成本研究的数据集。其中,引用链接用于刻画科学软件与学术论文之间的引用关系,其数量反映某一科学软件在研究样本时间范围内被不同论文引用的总次数,即该软件的被引频次。数据集的元数据字段(见表1)分为一级字段和二级字段。一级字段分为软件信息与引用论文信息两大类:软件信息类字段用于记录科学软件的基础属性与特征信息;引用论文信息类字段用于存储与软件存在引用关联的论文基本信息及引文关系,为后续构建科学软件功能分类框架、分析其引用模式及功能共现关系提供数据支撑。在所有元数据字段中,二级字段“软件描述”尤为关键,该字段为数据库收录的标准元数据项,以自然语言形式详细阐述软件的核心功能、应用场景及技术优势,是后续构建科学软件功能分类框架、实现科学软件精准归类的核心依据。

表1 数据集的元数据字段

一级字段	二级字段
软件信息	软件名称
	软件标识符
	软件描述
	软件官方网址
	软件关键词
引用论文信息	论文标题
	论文作者
	论文标识符
	论文发表年份

## 2.2 数学领域科学软件的功能分类框架构建

科学软件功能分类反映了软件在科研生态中的功能定位及其对知识生产的贡献。为深入探究不同类型的科学软件在数学领域出版物中的引用差异,本研究设计了一种分类方案,用于对科学软件的功能进行系统性分类,旨在揭示其在数学知识生产体系中的具体作用与

价值体现。为实现分类框架与科研实践的紧密契合,确保其逻辑严密、科学合理,本研究在构建软件功能分类体系时,立足数学领域研究的技术特征与科学软件的功能属性。

(1) 分类框架的理论基础根植于数学研究的核心方法论特征。数学领域研究具有高度的抽象性、严格的逻辑性、语言的简明性和应用的广泛性<sup>[22]</sup>,这些特征决定了数学领域对科学软件功能的需求具有特定的指向性和适用性。从科研实践流程来看,数学问题的解决是一个系统过程,涵盖探索、猜想、求解与验证等多个关键环节,实际应用问题则涉及模型建立、数值求解、计算机模拟等过程<sup>[23]</sup>。本研究分类体系充分考量这些关键环节及其对软件功能的需求。例如,理论层面的逻辑验证需要形式化证明工具支撑,数值求解依赖高效的计算工具提供基础算力,建模分析需借助仿真环境实现系统行为的模拟,而数据处理与成果展示则需要专业的分析与可视化工具辅助。基于此,本研究紧密结合数学研究的学科特性与实践流程,构建“证明工具”类别以覆盖形式化语言和证明框架,满足定理证明与逻辑验证需求;构建“计算工具”类别,包含数值计算、符号推导和专用算法实现工具,为科学计算提供底层支持;构建“建模与仿真工具”类别,支持复杂系统的模拟和分析,以适配从理论到应用的转化需求;构建“数据分析与可视化工具”类别,以满足数据处理、统计分析及可视化展示等环节的实践需求,实现软件功能与科研全流程的精准对接。

(2) 分类框架在具体类目设置上充分吸纳并优化已有研究的软件功能分类逻辑。科学软件的功能属性决定了其在科研场景中的适用范围和作用效果,已有研究多从功能维度对数学软件进行介绍,如强调其在数学运算、统计分析、模拟仿真、绘制图形、证明猜想等方面的作用<sup>[23-26]</sup>。因此,结合软件功能的实际应用特征,对分类框架进行整合与优化:①针对具备多学科集成能力、支持核心语言扩展及多功能复合应用的开发环境,增加“通用工具”类别,以满足跨领域研究的综合需求;②考虑到数据驱动研究对资源共享的迫切需求,增加“数据资源与数据库”类别,纳入数据存储、检索、共享和标准化平台,以强调数据的可访问性与共享性;③遵循分类体系的包容性原则,将无法归入上述类别的软件统一纳入“其他”类别,确保框架的完整覆盖性。

综合以上多方面的考量,本研究构建的数学领域科学软件的功能分类框架如表2所示。

表2 数学领域科学软件的功能分类框架

类别	描述	示例软件
通用工具	提供高度灵活的开发环境, 支持通过核心语言及扩展生态(标准库、第三方包)实现多学科集成应用; 也提供多功能支持, 通常支持数值计算、符号推导、数据分析、图形界面交互等。与其他专有工具相比, 这类工具更强调开发环境的完备性而非单纯提供某个具体功能	Matlab
计算工具	用于数学底层计算任务, 涵盖数值计算、符号推导和专用算法实现, 为科学计算提供基础算力支持, 常见于高性能计算和算法研究场景。需要注意的是, 软件工具如果同时具备数据分析功能, 但主要用途是底层计算, 仍归为计算工具而非数据分析工具	LAPACK
证明工具	提供形式化语言或证明框架, 用于形式化证明、逻辑验证、定理证明等。该类工具追求逻辑的完备性与无歧义性, 而非计算效率, 其过程是符号化的、可逐步验证的逻辑推导	Coq
建模与仿真工具	提供建模框架或仿真环境, 支持复杂系统的模拟和分析, 强调对系统行为的模拟和预测, 通常用于工程、物理、生物等领域	ANSYS
数据分析与可视化工具	用于数据处理、统计分析、数据挖掘以及数据可视化等任务, 强调对数据的解释、分析和可视化展示, 通常用于统计学和数据科学领域。此类工具与计算工具的关键区别在于数据语义理解能力; 同数据资源与数据库工具相比, 其核心是内存中的数据转换逻辑而非数据的持久化存储	Pandas
数据资源与数据库	提供数据存储、检索、共享和标准化的数据库或数据资源平台, 强调数据的可访问性和共享性	GitHub
其他	无法归入上述类别的科学软件	LaTeX

## 2.3 基于生成式人工智能的功能类别标注流程

2022年11月, OpenAI公司正式发布大语言模型ChatGPT, 标志着生成式人工智能技术进入新的发展阶段<sup>[27-28]</sup>。随后, 全球范围内多家科技巨头纷纷布局相关领域<sup>[29]</sup>。当前, 在学术资源组织与知识挖掘方面, 生成式人工智能已展现出强大的文本分类与语义标注能力, 能够有效处理多类别的标注任务。相关研究表明, 通过合理的指令设计, 生成式人工智能模型能够用于识别学术资源的学科领域、科研贡献等多维属性<sup>[30-33]</sup>, 为大规模软件资源的自动化分类提供了可行的方法路径。考虑到纳入研究的科学软件数量庞大, 人工标注难以在合理时间内完成大规模数据分类任务, 本研究借助生成式人工智能模型, 基于软件描述字段对采集到的34 697个科学软件进行功能分类的识别。为高效、准确地完成此项任务, 本研究设计并执行了以下4个核心步骤。

(1) 构建人工标注测试集。选择2名标注人员进行培训, 邀请其对随机抽取的50个软件描述文本分别进行独立标注, 通过计算Kappa系数<sup>[34]</sup>来评估标注结果的一致性。经计算Kappa系数为0.804, 表明标注结果具有高度一致性。在此基础上, 进一步随机抽取300个软件描述文本分配给2名标注人员分工完成标注, 最终形成用于模型性能评测的测试集。

(2) 设计结构化分类指令。本研究通过指令工程充分挖掘生成式人工智能模型的智能分类能力。指令设计部分参照现有相关研究中的指令构成要素和设计模

式<sup>[35]</sup>, 确定角色设定、任务描述、任务输入、思维推理、任务示例和输出样式6个构成要素, 指令模板如图1所示。该结构化设计旨在清晰界定任务边界, 引导模型进行逻辑推理, 确保分类过程的规范性与结果的可比性。

你是一名软件分类专家, 熟悉数学及其相关领域背景的核心方法论与技术需求, 擅长从文本中提取核心特征并进行分类。 角色设定

你的任务是根据软件的功能描述信息, 将软件精准归类至预定义的7类角色中, 即通用工具、计算工具、证明工具、建模与仿真工具、数据分析与可视化工具、数据资源与数据库、其他。 任务描述

首先, 仔细阅读软件描述文本, 把握软件核心功能和关键词, 警惕可能产生歧义的表述, 如果脱离上下文关键词可能会产生误导。 任务输入

接下来, 遵循以下分类规则。①通用工具: 这种类型的软件旨在提供高度灵活的开发环境, 支持通过核心语言及扩展生态(标准库、第三方包)实现多学科集成应用。与其他专有工具相比, 这类工具更强调开发环境的完备性而非单纯提供某个具体功能。例如 Mathematica 既可进行微分方程求解, 也能连接数据库进行统计分析, 形成真正意义上的多模态工作流。……⑥数据资源与数据库: 这种类型的软件为提供数据的存储、检索、共享和标准化服务的数据库或数据资源平台, 例如提供数据托管服务的 GitHub、数学整数序列数据库 OEIS。⑦其他: 无法明确匹配上述分类的工具。仔细区分软件所属类型, 特别需要注意数学相关术语的准确含义以及各个类别之间区分的关键要素。 思维推理

你可以参考以下示例, 示例 1- 输入: [{"software\_id": "38802", "software\_name": "Microvessel Chaste"}, {"description": "Microvessel Chaste: An Open Library……realistic vessel networks."}]; 输出: [{"软件ID": "38802", "软件名称": "Microvessel Chaste"}, {"分类结果": "建模与仿真工具"}]。 任务示例

示例 2-……

最后, 按照指定 JSONL 格式 [{"软件ID": "软件唯一标识符", "软件名称": "软件名称", "分类结果": "预定义7类中的某一类"}] 输出分类结果。 输出样式

图1 指令模板

(3) 多模型分类性能对比实验。为确定最适合本研究任务的模型, 设计并执行了一项系统对比实验。在模型选型方面, 选取了5款具有高度代表性的大语言模型进行分类性能的公平对比, 不仅涵盖了作为国际性能标杆的闭源模型GPT-4o与Gemini-2.5-pro, 还

纳入了在开源社区中表现卓越的DeepSeek系列模型（DeepSeek-R1与DeepSeek-V3），并引入另一款优秀的国产模型Qwen3-plus作为重要参照。为全面评估模型的性能，同时采用宏平均（Macro-average）与微平均（Micro-average）方法计算精确率 $P$ 、召回率 $R$ 和 $F1$ 分数作为核心评估指标<sup>[36]</sup>。其中：Micro-F1侧重于模型在整体数据集上的综合分类效果，而Macro-F1则更关注模型在各个类别上的均衡表现。基于前述构建的人工标注测试集展开评估，5款模型分类性能评估结果如表3所示。DeepSeek-R1在Micro-F1与Macro-F1两项指标上均优于其他对比模型，其中Micro-F1值达到0.8467，展现出在科学软件分类任务上的卓越性能。

表3 5款模型分类性能评估结果

模型	Macro-P	Macro-R	Macro-F1	Micro-F1
DeepSeek-R1	0.766 5	0.851 4	0.787 8	0.846 7
DeepSeek-V3	0.670 9	0.658 5	0.662 2	0.796 7
Gemini-2.5-pro	0.663 0	0.642 7	0.628 7	0.770 0
GPT-4o	0.641 9	0.619 2	0.617 7	0.756 7
Qwen3-plus	0.622 7	0.674 4	0.633 0	0.753 3

(4) 基于DeepSeek-R1的大规模自动化分类。基于对比测试结果，本研究最终选定综合表现最佳的DeepSeek-R1模型来执行后续的大规模自动化分类任务。DeepSeek-R1是由中国企业自主研发的新一代大语言模型，其在算法、数据和算力方面的卓越表现引起广泛关注，在全球范围内成为现象级人工智能应用<sup>[37]</sup>。该模型采用“思维链”方法，并通过强化学习对模型进行微调，在解决复杂问题时能够展现出清晰的推理过程<sup>[38]</sup>，与本研究的分类任务需求高度契合。为进一步保障大规模分类结果的质量，研究采用DeepSeek-R1对全部数据进行两次独立标注，并对标注结果不一致的样本进行人工审核与修正，以进一步提升分类的准确性和可靠性。数学领域科学软件的功能类型分布结果如表4所示。

表4 数学领域科学软件的功能类型分布结果

类别	软件数量/个	软件数量占比/%
计算工具	11 614	33.473
数据分析与可视化工具	9 561	27.556
建模与仿真工具	7 306	21.057
证明工具	2 473	7.127
数据资源与数据库	1 313	3.784
通用工具	464	1.337
其他	1 966	5.666

### 3 研究结果

#### 3.1 科学软件被引特征及趋势分析

在科学软件的研究中，了解其被引特征及动态演变规律是理解其学术影响力和应用价值的基础。首先，分析科学软件在学术论文中的被引趋势和分布特征，以揭示其在学术研究中的应用热度和整体发展趋势；其次，结合科学软件功能分类特征，纵向追踪各功能类别科学软件的年度引用趋势与占比变化，量化揭示功能特性与学术需求间的动态关联；最后，基于数学主题分类法（Mathematics Subject Classification, MSC）最新版本MSC2020<sup>[39]</sup>，系统测度不同功能类别科学软件在各学科中的引用多样性差异。通过多维度分析，可识别不同功能类别科学软件在学术研究中的发展动态和应用偏好。

数学领域科学软件总体被引趋势与分布特征如图2所示。图2(a)中的被引频次为科学软件在当年被论文引用的总次数；引用强度为科学软件的篇均被引频次，即软件当年总被引频次除以该年的样本论文总数。2000—2023年，科学软件的被引频次虽略有波动但总体上呈现出明显的上升趋势，引用强度也呈现稳定上升趋势，从2000年的1.55次/篇上升到了2022年的2.45次/篇，2023年略有回落。这一双重增长趋势表明，随着数学领域研究的深入和计算机技术的进步，学术研究对科学软件的依赖程度逐渐提升，科学软件在数学领域研究中的作用日益重要。图2(b)中的累计引用百分比为将科学软件按照被引频次从高到低排序后，前 $X\%$ 的软件的累计被引频次占所有软件总被引频次的比例。数据显示，不到20%的科学软件占据了80%的引用量，表明科学软件的引用呈现高度集中特征。

数学领域不同功能类别科学软件的年度引用趋势与占比变化如图3所示。图3(a)中的被引频次为各功能类别软件在当年的总被引频次；图3(b)中的被引频次占比为各功能类别软件在当年的总被引频次占该年所有软件总被引频次的百分比。尽管各类科学软件的被引频次均呈现增长趋势，但其占比存在明显差异，尤其是证明工具、通用工具、数据资源与数据库、数据分析与可视化工具4个类别的被引频次占比变化尤为明显，动态体现了数学领域研究需求与技术发展的匹配关系。具体而言，尽管证明工具和通用工具的被引频次有所增加，但其占比呈现下降趋势；相反，数据资源与数据库、数据分析与可视化工具的被引频次和占比均呈现上

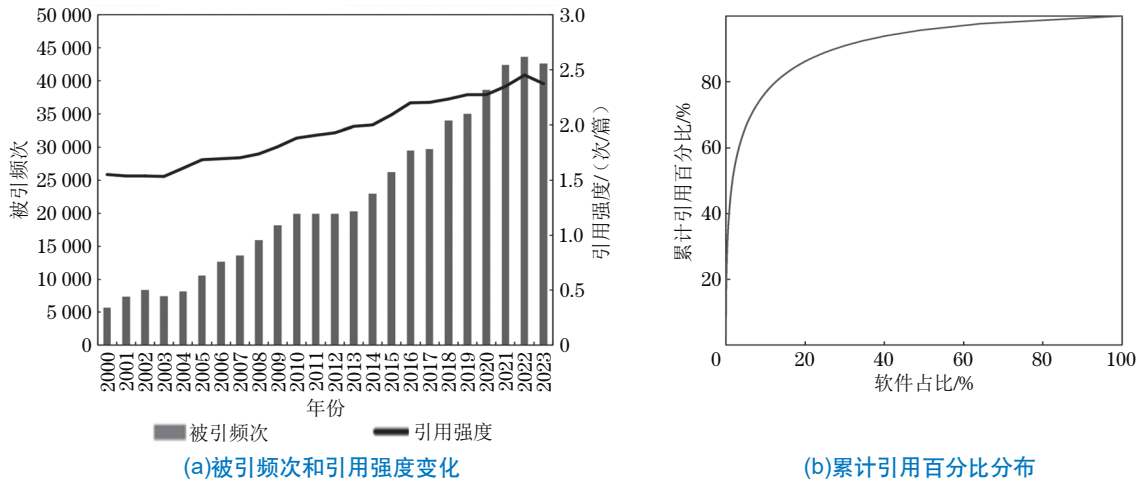


图2 数学领域科学软件总体被引趋势与分布特征

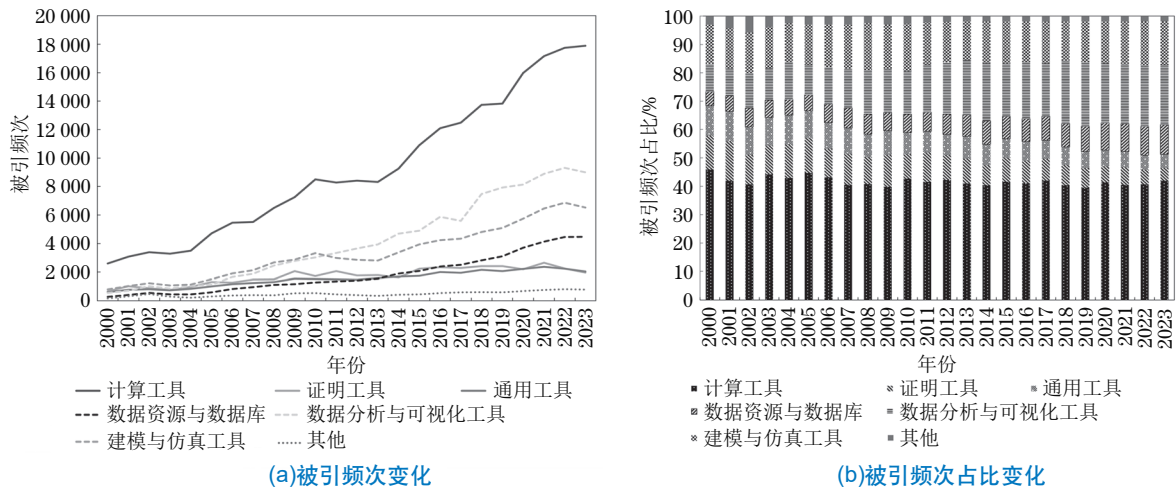


图3 数学领域不同功能类别科学软件的年度引用趋势与占比变化

升趋势,这一现象反映出当前研究对数据的高度重视以及处理需求的激增。数据资源与数据库为研究提供了丰富的基础资源,数据分析与可视化工具则助力科研人员从海量数据中挖掘价值并直观呈现结果,这两类软件在功能上紧密贴合研究实际需求,被引频次占比的上升也体现了它们在推动研究进展中的关键作用。

数学领域不同功能类别科学软件的学科引用量分布如图4所示。学科划分依据MSC2020分类法,该分类法是数学领域广泛使用的学科分类标准,主要用于学术论文、书籍、会议报告等文献的分类和索引,该标准包含3个层级子类,其中第一大类包含63个学科领域。图4所示的科学软件在各学科的引用量基于数据采集时间节点获取的科学软件与学术论文之间的引用关系统计得出,横轴代表软件的功能类别,纵轴代表数学子学科,单元格颜色深浅表示该功能类别软件在对应学科论文中的被引频次,颜色越深,被引频次越高。结合

引用论文的MSC2020分类属性来看,数学领域科学软件在各学科中的引用呈现出一定的差异化特征。计算机科学学科对各类软件的引用量普遍较高,尤其对计算工具和证明工具的引用量较为突出,凸显了该学科作为方法论驱动型领域的典型特征。计算机科学不仅依赖计算工具进行算法实现与系统构建,其理论分支如形式化方法、程序验证更深度依赖证明工具来确保逻辑的严谨性与正确性。数值分析学科中计算工具的引用量极为突出,这一分布精确地对应了其计算密集型的研究范式。数值分析的核心在于算法的设计与分析,其核心任务的实现依赖高效、可靠的计算库,计算工具在该学科是承担核心研究职能的基础设施。统计学学科中数据分析与可视化工具的引用量突出,则揭示了其数据驱动与解释性的研究需求。统计学方法论建立在探索性数据分析和数据可视化的理论框架上,其研究流程涵盖从数据清洗、模型拟合到结果呈现的全过程,这高度

依赖数据分析与可视化工具来完成探索性数据分析、模型诊断以及结论的可视化传达，从而将数据转化为可解释的实证依据。

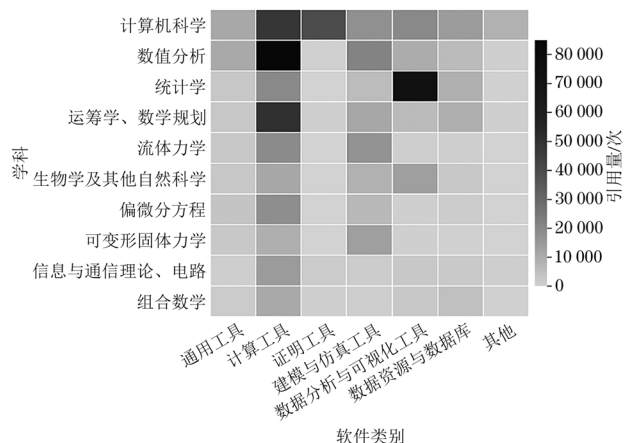


图4 数学领域不同功能类别科学软件的学科引用量分布 (学科总引用量Top10)

此外，通过计算每一类软件的学科引用量分布多样性指标(香农指数)，进一步比较各个功能类别科学软件的学科分布情况，香农指数值越大，表明各个学科分布的平均程度越高，学科多样性越高<sup>[40-41]</sup>。计算方法如式(1)所示。

$$H = -\sum_{i=1}^S p_i \ln(p_i) \quad (1)$$

式中： $S$ 表示总的学科数量； $p_i$ 表示第 $i$ 个学科引用量占总数的比例。

通过统计数学领域不同功能类别科学软件的学科引用量分布多样性指标香农指数(见表5)发现：通用工具位居榜首，表明其学科引用量分布最为均匀，能够适配多个学科的科研需求，在学术研究中发挥着重要作用；计算工具和数据资源与数据库类别次之，在多学科中具有较高的应用价值。相比之下，证明工具的香农指数仅为1.57，反映出该类别软件应用场景较集中于特定学科领域。

### 3.2 重要科学软件特征分析

基于3.1节的分析结果可以发现，在学术研究的科学软件生态中，少数科学软件往往占据了大量的引用，引用呈现出高度集中的特征。因此，以总被引频次排名Top20的科学软件为研究对象，分析其功能类别和逐年引用趋势，挖掘这部分高影响力的重要科学软件的核心特征。

表5 数学领域不同功能类别科学软件的学科引用量分布 香农指数值

类别	香农指数
通用工具	3.35
计算工具	3.15
数据资源与数据库	3.04
建模与仿真工具	2.94
数据分析与可视化工具	2.07
证明工具	1.57
其他	2.43

2000—2023年数学领域高被引科学软件(Top20)的功能分类情况如表6所示。这些高被引科学软件在功能分类上呈现出多样化特征，涵盖了通用工具、数据分析与可视化工具、数据资源与数据库、计算工具、证明工具、建模与仿真工具等多个类别。具体而言，Matlab以13 845次的总被引频次居于首位，凭借其强大的数值计算与算法开发能力成为通用工具乃至所有工具中的榜首；R软件作为数据分析与可视化工具，依托其丰富的开源软件包生态在研究中发挥关键作用，以9 876次的总被引频次紧随其后；GitHub作为数据资源与数据库类工具，凭借其在代码与科研项目共享方面的优势，也获得了极高的被引频次；在计算工具类别中，Magma、GAP等软件凭借其在代数计算方面的专长，获得了较高被引频次；证明工具Coq、建模与仿真工具ABAQUS则分别以1 908次和1 678次被引，在定理证明与工程仿真领域为学术研究提供重要支撑。这些软件的高被引频次充分体现了其在学术研究中的重要价值与广泛应用。

表6 2000—2023年数学领域高被引科学软件(Top20)的功能分类情况

排序	名称	总被引频次	功能分类
1	Matlab	13 845	通用工具
2	R	9 876	数据分析与可视化工具
3	Mathematica	5 778	通用工具
4	GitHub	5 286	数据资源与数据库
5	OEIS	5 244	数据资源与数据库
6	Maple	4 521	通用工具
7	Magma	3 879	计算工具
8	DLMF	3 731	数据资源与数据库
9	GAP	3 511	计算工具
10	UCI-ml	3 083	数据资源与数据库

续表

排序	名称	总被引频次	功能分类
11	CPLEX	2 854	计算工具
12	SageMath	2 550	通用工具
13	Macaulay2	2 138	计算工具
14	Coq	1 908	证明工具
15	fda (R)	1 823	数据分析与可视化工具
16	PETSc	1 795	计算工具
17	ElemStatLearn	1 789	数据资源与数据库
18	Adam	1 720	计算工具
19	RODAS	1 689	计算工具
20	ABAQUS	1 678	建模与仿真工具

从年度被引频次来看,大多数高被引科学软件的被引频次呈增长趋势,但并非简单的线性递增,这种引用变化不仅受科研需求驱动,也与软件自身的发展周期密切相关。以新兴协作平台GitHub为例,该平台于2008年上线,2010年后的被引频次剧增,标志着其作为一种新型科研基础设施被学术界迅速采纳,这一趋势不仅体现了开源资源在数学领域研究中的重要性,也反映了科研人员对协作开发和资源共享的重视。然而,也有部分经典成熟软件呈现出不同的演变轨迹,如Maple和Coq。Maple作为一款具有强大的符号推导、数值计算、图形绘制等功能的经典商业软件,其年度被引频次在早期呈现波动状态,但2015年后整体呈现持续下降趋势,这可能与其高昂的成本和开源科学软件的竞争有关,一定程度上反映出商业软件在开源生态崛起背景下的竞争压力;Coq作为一款用于定义和证明数学定理的证明助手,其年度被引频次在经历一段时间的上升后出现了下降,深刻地反映了形式化验证领域内部的技术迭代。Coq在2006—2017年较为流行,支撑了一些具有里程碑意义的工作,如四色定理<sup>[42]</sup>、Feit-Thompson定理<sup>[43]</sup>等重大数学成果的形式化验证。然而,随后的引用衰减可能揭示了早期采纳浪潮后的平台期,以及新兴工具带来的竞争压力。近年来,专为数学家和计算机科学家设计的、可以用接近自然数学语言的方式表达复杂的概念和证明的证明助手Lean兴起,极大地简化了形式化数学定理和证明的编写过程,降低了形式化学习的门槛,吸引了相当一部分研究者的注意力<sup>[44]</sup>。因此,软件引用趋势的变化不仅是工具流行度的体现,更是数学研究实践在计算化进程中对工具链进行持续优化与选择的缩影。

### 3.3 重要科学软件组合特征分析

基于对重要科学软件个体特征的研究,进一步探讨科学软件之间的组合关系。本研究通过共被引分析方法,识别高频出现的软件与软件间的组合以及不同功能类别之间的组合关系,从关系网络视角揭示科学软件在学术研究实践中的潜在关联。围绕科学软件之间的共被引关系,以科学软件为节点、以软件之间的共被引关系为边,构建科学软件之间的共被引网络。在全部被引用的34 697个软件中,有31 660个软件存在共被引关系,占总数的91.25%。由于原始网络规模庞大,为突出有影响力的科学软件并保证可视化网络的可读性,本研究基于点度中心性评估节点在网络中的地位<sup>[45]</sup>,选取排名Top70的科学软件构建共被引网络(见图5),用点度中心性来决定节点的大小,连线的粗细由边的权重决定。从图5中可以看出,点度中心性前5位的软件分别是GitHub、R、Matlab、Python、Mathematica, GitHub、R、Matlab等软件在网络中与其他软件节点有较多的直接联系,拥有较多的连边,占据核心地位,体现它们在数学领域研究中的广泛应用和重要性。

此外,高频软件组合中的软件常常属于同一功能类别,形成了明显的功能模块化特征,反映了它们在数学领域研究中的协同使用特征。具体来看,在共现频次排名Top10的软件组合(见表7)中,有5组为同类别软件组合,如:JDQR与JDQZ、GAP与Magma作为计算工具深度协同,能够高效处理数论、代数等复杂计算任务;Coq与Isabelle/HOL、Isabelle与Isabelle/HOL通过逻辑证明能力的叠加,为计算机科学理论验证提供坚实支撑。在不同类别高频软件组合中,ImageNet与AlexNet的组合体现了数据资源与数据库、数据分析与可视化工具的深度耦合;Matlab与Simulink、LMI toolbox等工具的组合,拓展了Matlab在工程建模、数值计算等专业领域的应用边界。这些高频共现的软件组合,反映出科学软件多工具协同、功能互补在学术研究与技术应用中的广泛实践和重要作用。

除具体科学软件间的组合关系外,本研究进一步探究了不同功能类别科学软件之间的组合关系,以揭示哪些类别的科学软件组合更容易同时被引用。为此,构建了数学领域不同功能类别科学软件的共现强度热力图(见图6),其中行列分别代表不同的功能类别,颜色深浅表示共现强度的高低,即不同功能类别科学软件

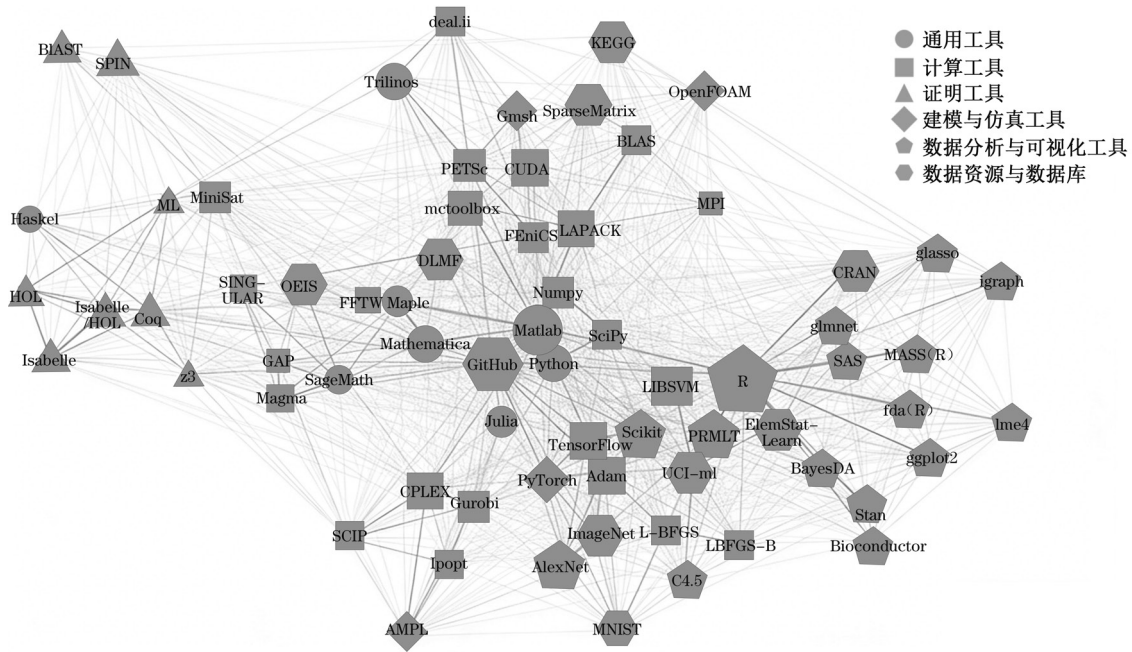


图5 数学领域科学软件的共被引网络(部分)

表7 数学领域科学软件的高频共现组合 (Top10)

排序	软件组合	功能分类组合
1	ImageNet-AlexNet	数据资源与数据库-数据分析与可视化工具
2	JDQR-JDQZ	计算工具-计算工具
3	Matlab-Simulink	通用工具-建模与仿真工具
4	GAP-Magma	计算工具-计算工具
5	Maple-Mathematica	通用工具-通用工具
6	Matlab-LMI toolbox	通用工具-计算工具
7	Coq-Isabelle/HOL	证明工具-证明工具
8	SeDuMi-YALMIP	计算工具-建模与仿真工具
9	Matlab-MATLAB ODE suite	通用工具-计算工具
10	Isabelle-Isabelle/HOL	证明工具-证明工具

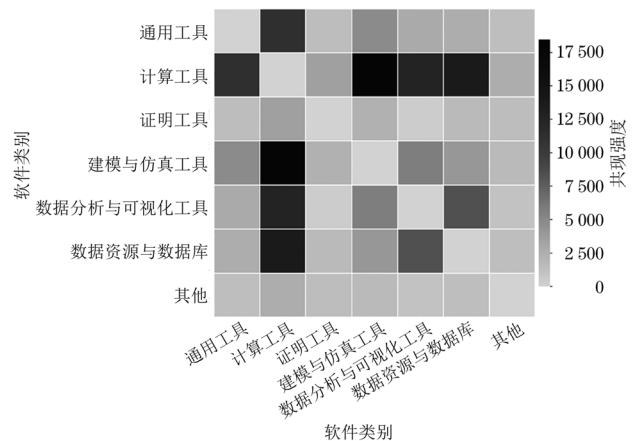


图6 数学领域不同功能类别科学软件的共现强度

被共同引用的频繁程度。需要注意的是,图6中未显示同类软件之间的共现强度,以便更直观地观察不同类别之间的共现关系。可以看出,计算工具与多数功能类别的科学软件之间具有较高的共现强度。具体而言,计算工具和建模与仿真工具的共现强度最高,其余依次为数据资源与数据库、数据分析与可视化工具、通用工具。这一结果表明,计算类软件在数学领域研究中具有广泛的应用场景,通常与多种不同功能类别的软件协同使用,以满足复杂的研究需求。

## 4 结论与讨论

本研究从功能分类视角出发,构建了适用于数学领

域的数学软件功能分类框架,并结合文献计量分析和网络分析方法,从总体引用趋势、引用集中程度、学科分布以及科学软件间的共被引关系等多个维度系统探究了数学领域研究中科学软件引用行为的结构性特征,主要结论如下。

(1) 科学软件的引用呈现规模增长、高度集中与学科差异化特征。研究发现,科学软件引用规模与强度的持续增长,反映出数学领域研究对科学软件的依赖程度逐渐提升,尤其是数据分析与可视化工具和数据资源与数据库的引用规模增长显著,表明数学领域的研究正逐步向数据驱动和计算密集型方向发展。同时,科学软件的引用集中程度较高,少数科学软件占据了大部分引用量,形成了稳固的“头部效应”,体现了科

研人员在科学软件选择方面的趋同性。此外, 不同功能类别科学软件在各数学子学科中的引用情况存在明显差异, 体现了特定研究方向的方法论偏好和研究范式差异。

(2) 高被引科学软件的引用趋势揭示了开源生态崛起及技术演变特征。研究发现, Matlab、R、GitHub等工具在引用中占据核心地位, GitHub的崛起尤为显著。该平台自上线后被引频次呈现快速增长趋势, 体现了数学领域研究对开源资源快速迭代和共享的需求。同时, 部分高被引科学软件的年度被引频次呈现差异化演变趋势, 如部分经典商业软件(如Maple)与早期证明工具(如Coq)引用趋势的变化, 反映了在开源浪潮与技术革新背景下的激烈竞争与技术迭代。科学软件的影响力不仅取决于其核心功能, 也受到其开放性、易用性及社区生态的深刻影响。

(3) 科学软件的组合引用呈现出功能聚类与跨功能协同的特征。一方面, 同一功能类型的科学软件在数学领域研究中存在高频共被引现象, 反映了科研人员在特定任务环节对功能相似工具的共同关注与应用偏好。另一方面, 计算类软件与其他功能类别的科学软件之间表现出较高的共现强度, 这种跨功能领域的高频共现, 揭示了现代科研活动中不同类型科学软件的深度耦合关系, 体现了科学软件在科研工作流中相互支撑、协同应用的现实需求。

对比已有研究, 可以发现, 数学领域中科学软件引用规模呈增长趋势且少数软件占据引用主导地位的现象, 与图书情报领域<sup>[11-12]</sup>、生物信息学领域<sup>[46]</sup>的相关研究结论相一致, 共同反映出科研人员对成熟工具的使用依赖以及学科工具生态的稳定性。同时, 功能特征与学科任务之间的适配关系在多个研究领域均有体现<sup>[5,8,13]</sup>, 特定科研任务驱动下的功能适配性是影响软件使用行为的重要因素, 具有多功能的科学软件更容易在多个领域得到广泛应用。这表明, 科学软件在学术研究中的引用集中性、功能关联性与学科适配性等特征具有一定的跨学科共通性。

综上所述, 本研究以功能分类为核心, 揭示了不同功能类别科学软件在数学领域研究中的引用规律, 深化了对科研工具使用行为的结构化理解。从理论层面看, 研究以科学软件这一非传统引用对象为切入点, 通过构建兼具学科适配性与跨学科迁移潜力的功能分类框架, 结合生成式人工智能与多元计量方法形成综合研究路径, 既为理解科学软件生态系统提供了新的学术

视角, 也为非文献型科研要素纳入引文研究体系提供了可行范式, 有助于推动引文研究从传统的文献影响分析延伸至对科研活动内部资源组织与使用的深入探索。从实践层面看, 研究所揭示的数学领域科学软件引用趋同性、学科差异性与功能协同性等特征, 为科研人员进行工具选型提供了经验层面的依据, 也提示科研管理部门在推动科研基础设施建设时, 应重视成熟工具生态的持续维护与软件的规范使用。同时, 新开发的软件若要在学术研究中获得广泛应用, 需要在功能创新性、使用便捷性以及生态构建等方面建立相对优势, 以提升其在实际科研场景中的可接受度与持续使用潜力。

诚然, 本研究尚存局限性, 有待拓展和深化。一方面, 本研究针对引用特征的分析尚未深入到论文的具体文本内容层面, 未深入探讨科学软件引用背后的具体科研场景和使用模式, 分析深度有待进一步提升。另一方面, 受限于可获取数据源, 本研究的分析对象仅限于数学领域, 可在未来考虑将研究范围扩展到其他学科领域, 比较不同学科中科学软件引用特征的异同, 探究更具普遍性的引用规律。

## 参考文献

- [1] MORANE G, KATZ D S, LAMPRECHT A, et al. Defining research software: a controversial discussion (version 1) [EB/OL]. [2025-04-22]. <https://zenodo.org/records/5504016>.
- [2] 翟军, 左云皓, 沈立新. 国际开放科学软件的政策分析及启示[J]. 世界科技研究与发展, 2024, 46 (2): 158-169.
- [3] 杨波, 王雪, 余曾漂. 生物信息学文献中的科学软件利用行为研究[J]. 情报学报, 2016, 35 (11): 1140-1147.
- [4] 陆彩女, 顾立平. 软件级别计量: 概念辨析与应用途径[J]. 中国图书馆学报, 2022, 48 (4): 116-129.
- [5] PAN X L, YAN E J, HUA W N. Disciplinary differences of software use and impact in scientific literature[J]. Scientometrics, 2016, 109 (3): 1593-1610.
- [6] HANNAY J E, MACLEOD C, SINGER J, et al. How do scientists develop and use scientific software? [C]//2009 ICSE Workshop on Software Engineering for Computational Science and Engineering. New York: IEEE Press, 2009: 1-8.
- [7] HETRICK S. It's impossible to conduct research without software, say 7 out of 10 UK researchers[EB/OL]. [2025-04-23]. <https://www.software.ac.uk/blog/its-impossible-conduct-research-without-software-say-7-out-10-uk-researchers>.

- [8] 潘雪莲, 孙梦佳, 于晓彤, 等. 中国科研人员的科学软件使用和引用行为研究[J]. 现代情报, 2021, 41 (8): 76-86.
- [9] HOWISON J, BULLARD J. Software in the scientific literature: problems with seeing, finding, and using software mentioned in the biology literature[J]. Journal of the Association for Information Science and Technology, 2016, 67 (9): 2137-2155.
- [10] YANG B, ROUSSEAU R, WANG X, et al. How important is scientific software in bioinformatics research? A comparative study between international and Chinese research communities[J]. Journal of the Association for Information Science and Technology, 2018, 69 (9): 1122-1133.
- [11] 崔明, 潘雪莲, 华薇娜. 我国图书情报领域的软件使用和引用研究[J]. 中国图书馆学报, 2018, 44 (3): 66-78.
- [12] 魏瑞斌. 基于论文提及的科学软件在国内图书情报学领域的应用现状分析[J]. 情报杂志, 2021, 40 (5): 165-170.
- [13] PAN X L, YAN E J, CUI M, et al. Examining the usage, citation, and diffusion patterns of bibliometric mapping software: a comparative study of three tools[J]. Journal of Informetrics, 2018, 12 (2): 481-493.
- [14] STEIN W. Sage: creating a viable free open source alternative to Magma, Maple, Mathematica, and MATLAB[M]// Foundations of computational mathematics, Budapest 2011. Cambridge: Cambridge University Press, 2012: 230-238.
- [15] 周超, 白峰杉. 自由数学软件Scilab[J]. 数值计算与计算机应用, 2002, 23 (2): 144-152.
- [16] 禹实, 贾屹峰, 王志高. 数学软件Mathematica在微积分教学中的应用[J]. 中国劳动关系学院学报, 2012, 26 (1): 115-118.
- [17] AZZOUZ-THUDEROZ M, DEB M, PETRERA M, et al. Integrating mathematical data and resources: advancements in zbMATH Open for enhanced mathematical research accessibility and reproducibility[C]//Mathematical Software-ICMS 2024. Cham: Springer, 2024: 225-233.
- [18] GREUEL G M, SPERBER W. swMATH: an information service for mathematical software[C]//Mathematical Software-ICMS 2014. Berlin: Springer, 2014: 691-701.
- [19] CHRAPARY H, REN Y. The software portal swMATH: a state of the art report and next steps[C]//Mathematical Software-ICMS 2016. Cham: Springer, 2016: 397-402.
- [20] HOLZMANN H, RUNNWERTH M, SPERBER W. Linking mathematical software in web archives[C]//Mathematical Software-ICMS 2016. Cham: Springer, 2016: 419-422.
- [21] AZZOUZ-THUDEROZ M, SCHUBOTZ M, TESCHKE O. Sustaining the swMATH project: integration into zbMATH Open interface and Open Data perspectives[J]. European Mathematical Society Magazine, 2022 (126): 62-64.
- [22] 张平. 创造自主的数学研究之路: 中国科学院数学事业的发展及展望[J]. 中国科学院院刊, 2024, 39 (10): 1710-1718.
- [23] 杨杰. 数学软件与数学实验[M]. 北京: 中国人民大学出版社, 2017: 1-10.
- [24] 谢治州, 严忠权, 罗晓宾. 数学类专业的数学实验教学研究与实践[J]. 实验室研究与探索, 2012, 31 (2): 109-114, 177.
- [25] 高守雷. 数学软件在高职数学课教学中的运用及效果[J]. 教育探索, 2009 (8): 35-36.
- [26] 杨帆. 作为数学革命的形式化证明[J]. 自然辩证法研究, 2024, 40 (1): 107-112.
- [27] FUI-HOON NAH F, ZHENG R L, CAI J Y, et al. Generative AI and ChatGPT: applications, challenges, and AI-human collaboration[J]. Journal of Information Technology Case and Application Research, 2023, 25 (3): 277-304.
- [28] 姜鹏, 任龔, 朱蓓琳. 大语言模型在分类标引工作中的应用探索[J]. 农业图书情报学报, 2024, 36 (5): 32-42.
- [29] 张小燕. 生成式人工智能数据研究综述: 风险、挑战与治理[J]. 图书情报工作, 2025, 69 (9): 136-148.
- [30] 黄永文, 马玮璐, 鲜国建, 等. 大语言模型驱动的科学数据自动分类研究[J]. 情报理论与实践, 2025, 48 (6): 170-177, 194.
- [31] 胡蝶, 林立涛, 刘浏, 等. 基于大语言模型的人文社会科学学术论文学科分类研究[J]. 图书馆杂志, 2025, 44 (4): 110-122.
- [32] HUANG S Z, HUANG Y, LIU Y P, et al. Are large language models qualified reviewers in originality evaluation? [J]. Information Processing & Management, 2025, 62 (3): 103973.
- [33] CHEN L Y, DING J L, SONG D H, et al. Exploring scientific contributions through citation context and division of labor[J]. Scientometrics, 2025, 130 (5): 2901-2921.
- [34] LANDIS J R, KOCH G G. An application of hierarchical kappa-type statistics in the assessment of majority agreement among multiple observers[J]. Biometrics, 1977, 33 (2): 363-374.
- [35] 陆伟, 汪磊, 程齐凯, 等. 数智赋能信息资源管理新路径: 指令工程的概念、内涵和发展[J]. 图书情报知识, 2024, 41 (1): 6-11.
- [36] SOKOLOVA M, LAPALME G. A systematic analysis of performance measures for classification tasks[J]. Information Processing & Management, 2009, 45 (4): 427-437.
- [37] 张新新, 游恒飞. 从ChatGPT到DeepSeek: 多模态大模型与出版业未来: 兼论走向“十五五”的出版智能化转型[J/OL]. 中国

- 编辑: 1-11[2025-08-19]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/11.4795.g2.20250409.1500.002.html>.
- [38] 开源AI模型DeepSeek-R1引发全球科技界关注[J]. 科技导报, 2025, 43 (3): 7.
- [39] DUNNE E, HULEK K. Mathematics subject classification 2020[J]. EMS Newsletter, 2020, (115): 5-6.
- [40] LEYDESDORFF L, RAFOLS I. Indicators of the interdisciplinarity of journals: diversity, centrality, and citations[J]. Journal of Informetrics, 2011, 5 (1): 87-100.
- [41] 刘智锋, 马永强, 杨金庆. 引文学科多样性与论文影响力的关系研究[J]. 情报杂志, 2020, 39 (7): 190-195, 207.
- [42] GONTHIER G. Formal proof: the four-color theorem[J]. Notices of the AMS, 2008, 55 (11): 1382-1393.
- [43] GONTHIER G, ASPERTI A, AVIGAD J, et al. A machine-checked proof of the odd order theorem[C]//Interactive Theorem Proving. Berlin: Springer, 2013: 163-179.
- [44] DE MOURA L, ULLRICH S. The lean 4 theorem prover and programming language[C]//Automated Deduction-CADE 28. Cham: Springer, 2021: 625-635.
- [45] 韩忠明, 陈炎, 刘雯, 等. 社会网络节点影响力分析研究[J]. 软件学报, 2017, 28 (1): 84-104.
- [46] JIANG L, KANG X Y, HUANG S, et al. A refinement strategy for identification of scientific software from bioinformatics publications[J]. Scientometrics, 2022, 127 (6): 3293-3316.

## 作者简介

戴婷, 女, 硕士研究生, 研究方向: 科学计量与科技政策评价。

曹喆, 女, 博士研究生, 研究方向: 科学计量与科技政策评价。

刘建华, 女, 博士, 副研究馆员, 研究方向: 知识抽取与知识服务。

张琳, 女, 博士, 教授, 通信作者, 研究方向: 科学计量与科技政策评价, E-mail: linzhang1117@whu.edu.cn。

Academic Citation Characteristics of Research Software Based on Functional Classification:  
Evidence from zbMATH Open Database

DAI Ting<sup>1,2</sup> CAO Zhe<sup>1,2</sup> LIU JianHua<sup>3,4</sup> ZHANG Lin<sup>1,2</sup>

(1. School of Information Management, Wuhan University, Wuhan 430072, P. R. China; 2. Center for Science, Technology & Education Assessment, Wuhan University, Wuhan 430072, P. R. China; 3. Beijing Wanfang Data Co., Ltd., Beijing 100036, P. R. China; 4. Key Laboratory of New Publishing and Knowledge Services for Scholarly Journals, National Press and Publication Administration, Beijing 100190, P. R. China)

**Abstract:** As a critical non-documentary knowledge resource, research software plays a foundational role in research activities. Based on the zbMATH Open database, the study constructs a functional classification framework for research software in mathematics. The study introduces generative artificial intelligence technology to achieve automated annotation for classification through prompt engineering. Further, the study applies bibliometric and network analysis methods to investigate the characteristics and patterns of research software citations. The results indicate that citations of research software in mathematical research demonstrate a continuous growth trend and high citation concentration, with a small number of software tools occupying pivotal roles in research practice. Different mathematical disciplines demonstrate varying degrees of reliance on different types of research software. Regarding software combinations, research software within the same functional category is often co-cited to address complex and evolving research needs. In cross-functional combinations, computational software is more likely to be co-cited with software from other categories. These findings reveal the citation characteristics and dynamic evolution patterns of research software across different functional categories, and provide empirical evidences and methodological references for understanding the tool ecosystem in research activities as well as extending bibliometric research beyond traditional scholarly literature.

**Keywords:** Research Software; Citation Characteristic; Functional Classification; Generative Artificial Intelligence; zbMATH Open Database

(责任编辑: 王玮)